ITG BELZONI Padova
a. s. 2008-2009
Appunti di IMPIANTI e Costruzioni Idrauliche
Prof. Giorgio Peretti

FLUIDI
La pressione

Hai mai provato a camminare sulla neve alta? Camminando sulla neve si affonda di più che con gli sci, perché la pressione è tanto più intensa quanto più piccola è la superficie di appoggio.

La **pressione** ci informa sulla concentrazione spaziale della forza, cioè ci dice su quanta superficie essa si distribuisce.

Quindi, possiamo definire questa nuova grandezza così:

La **pressione** è il rapporto tra la forza applicata in direzione perpendicolare su una superficie e l'area di tale superficie:

pressione = $\frac{forza\,applicata}{superficie\;\;su\,cui\,la\;\;forza\,agisce}$

DEFINIZIONE

Traducendo quanto detto in termini matematici, possiamo scrivere:

$$p=\frac{F}{S}$$

FORMULA

Bisogna adesso determinarne l'unità di misura. Ricorrendo alla sua definizione abbiamo:

$$p=\frac{F}{S}\;\Rightarrow\;\frac{forza\,\square\,newton}{superficie\,\square\,metri\,quadrati}\;\Rightarrow\;\frac{N}{m^2}$$

per cui l'unità di misura sarà $\frac{N}{m^2}$ (si legge «newton al metro quadrato»), che prende il nome di **pascal**, il cui simbolo è **Pa**:

$$1\mathrm{Pa}=1\frac{N}{m^2}$$

PASCAL

Si ha la pressione di 1 pascal quando una forza pari a 1 newton agisce su una superficie di 1 m^2.

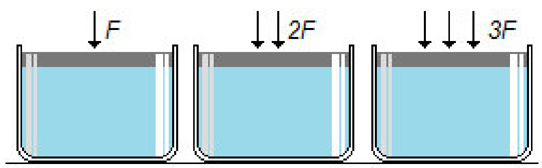
Manometri: strumenti con i quali si misura la pressione (es.: gomme, motori, acqua).

Le proprietà dei fluidi: la densità

Il concetto di pressione è utile per descrivere il comportamento delle sostanze liquide o aeriformi (gas e vapori), che nel loro insieme si chiamano **fluidi**.
I fluidi sono costituiti da particelle dette *molecole* (non visibili ad occhio nudo) che possono muoversi: nei liquidi, le molecole possono scorrere le une sulle altre; negli aeriformi, hanno la possibilità di muoversi liberamente.
La **molecola** è la più piccola parte di una sostanza che può esistere conservando tutte le caratteristiche e le proprietà chimiche della sostanza stessa.

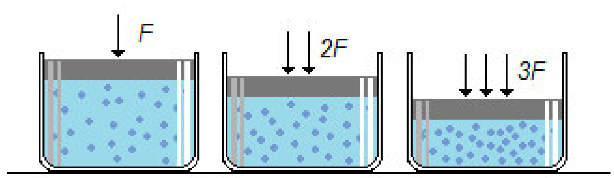
I **liquidi** non hanno una forma propria, ma hanno un proprio volume e sono perciò **incomprimibili**, cioè non si può ridurre il loro volume con un semplice aumento della pressione.

Esempio: se un litro di acqua viene versato in un cilindro, assume la forma del recipiente, perché il liquido non ha forma propria; se tentiamo di ridurne il volume spingendo su un pistone, non si ottengono risultati significativi, perché il liquido ha un volume proprio difficilmente riducibile.



Gli **aeriformi** sono per loro natura **comprimibili**, poiché non hanno né forma né volume proprio.

Esempio: un aeriforme tende a espandersi, occupando tutto lo spazio del contenitore in cui si trova e adattandosi al suo volume e forma. Quindi, la stessa quantità di un gas può occupare sia un volume di 1 dm^3 che di 1 m^3.
Intervenendo con un pistone, è facile ottenere una diminuzione di volume: i gas sono comprimibili.



Se invece prendiamo due bottigliette della stessa capienza, ma riempite una con acqua ed una con mercurio, emerge una particolare caratteristica dei fluidi.
Nel sollevare la bottiglietta piena di mercurio lo sforzo sarà maggiore, in quanto acqua e mercurio, sebbene occupino volumi uguali, sono caratterizzate da una diversa *consistenza*.
Per tenere conto di questa proprietà si introduce il concetto di **densità**.

La **densità** ci dà informazioni sulla quantità di materia di una determinata sostanza che occupa una precisa regione di spazio.

Le grandezze messe in gioco sono la massa e il volume.

La **densità** è il rapporto tra la massa di una sostanza e il volume che tale massa occupa:

$$densità = \frac{massa}{volume}$$

DEFINIZIONE

Sintetizzando in una formula quanto appena scritto, abbiamo:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

FORMULA

(La lettera greca ρ si legge «ro»).

La densità è una proprietà che caratterizza tutte le sostanze e non solo quelle fluide.

Per completare l'introduzione di questa grandezza occorre determinarne l'unità di misura.
Dato che la densità è:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{massa}{volume} \Rightarrow \frac{kg}{m^3}$$

l'unità di misura sarà:

$$\frac{kg}{m^3}$$

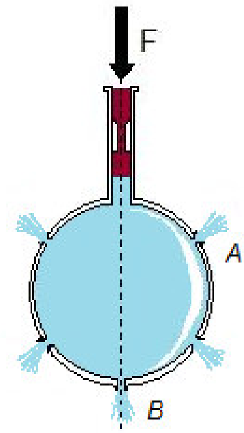
UNITÀ DI MISURA DI ρ

(che si legge «kilogrammi *al* metro cubo»).

Una sostanza ha una densità di 1 kg/m^3 se una massa pari a 1 kg della sostanza occupa un volume di 1 m^3.
Se prendiamo il valore della densità dell'acqua ($\rho_{acqua} \cong 1000 kg/m^3$), possiamo dedurne che 1 m^3 di acqua ha una massa di 1000 kg (una tonnellata!), ovvero che 1 dm^3 di acqua (1 litro) ha una massa pari a 1000 g (1 kg).

Sostanza	Densità (kg/m^3)	Sostanza	Densità (kg/m^3)
anidride carbonica	1,977	acqua di mare	$1,03 \cdot 10^3$
aria	1,293	benzina	$0,70 \cdot 10^3$
azoto	1,251	mercurio	$13,6 \cdot 10^3$
elio	0,178	ebano	$1,26 \cdot 10^3$
idrogeno	0,090	marmo di Carrara	$2,72 \cdot 10^3$
ossigeno	1,429	ferro	$7,88 \cdot 10^3$
acqua distillata	$1,00 \cdot 10^3$	oro	$19,25 \cdot 10^3$

Il principio di Pascal



Nella figura a lato, l'acqua si trova in una sfera di vetro, che presenta dei fori dello stesso diametro posizionati in vari punti e abbastanza piccoli da non far fuoriuscire l'acqua.
Se si preme il pistone esercitando una pressione sul liquido, si può osservare che l'acqua zampilla da ogni foro allo stesso modo, uscendo dalla sfera perpendicolarmente alla sua superficie.

La pressione esercitata tramite il pistone, grazie all'azione del liquido, si trasmette allo stesso modo in tutte le direzioni.
Tale fenomeno è sintetizzato nel **principio di Pascal**.

La pressione esercitata in un punto qualsiasi di un fluido si trasmette in ogni altro punto del fluido con la stessa intensità, indipendentemente dalla direzione.

PRINCIPIO DI PASCAL

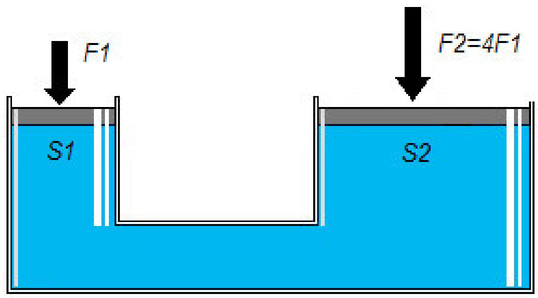
Una conseguenza di tale principio è costituita dal *torchio idraulico*, nel quale si sfrutta la relazione:

$$\boxed{\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}}$$

Da questa proporzione si vede che, se S_1 è più piccola di S_2, allora anche F_1 sarà più piccola di F_2.

Il torchio idraulico

Il torchio idraulico sfrutta la conseguenza del principio di Pascal per sollevare oggetti molto pesanti. Una forza F_1 agente su una superficie S_1 viene equilibrata da una forza F_2 (maggiore di F_1), che agisce su una superficie S_2 (anch'essa maggiore di S_1).



Dalla figura si nota che, se il liquido è in equilibrio, per il principio di Pascal appena enunciato la pressione p_1 esercitata sulla sezione S_1 deve essere uguale alla pressione p_2 esercitata sulla sezione S_2.
Potremo perciò scrivere:

$$p_1 = p_2$$

Sostituendo F_1/S_1 al posto di p_1 e F_2/S_2 al posto di p_2, per la definizione di pressione si ha

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

moltiplicando ora ambo i membri per $S_1 \cdot S_2$, troviamo

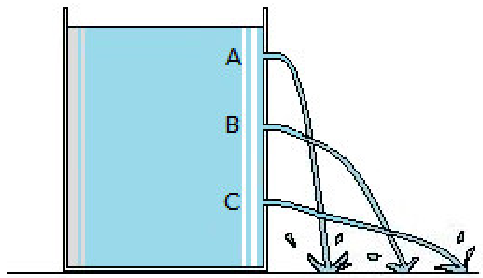
$S_1 \cdot S_2 \cdot \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \cdot S_1 \cdot S_2$ che semplificando risulta $F_1 \cdot S_2 = F_2 \cdot S_1$

Essendo $S_1 < S_2$, affinché sia vera l'ultima uguaglianza fra $F_1 \cdot S_2$ e $F_2 \cdot S_1$, deve essere $F_2 > F_1$.
Ciò implica che una data forza F_1 può essere trasmessa in un'altra zona del fluido con un'intensità maggiore: basta che la superficie S_2 su cui agisce la forza F_2 abbia un'area maggiore della superficie S_1.
Es.: se vogliamo quadruplicare la F_1 basta che l'area di S_2 sia il quadruplo di quella di S_1.

Il principio viene sfruttato nelle presse idrauliche e nei freni delle automobili, in cui il fluido usato è l'olio.

La legge di Stevino e i vasi comunicanti

Nella figura si vede che in un recipiente colmo di liquido sono stati effettuati dei fori dello stesso diametro,ma a diverse altezze.
L'acqua che esce dal foro A arriva meno lontano rispetto a quella che esce dal foro B che, a sua volta, cade più vicino rispetto all'acqua del foro C.
Questo esempio mostra come la pressione del fluido aumenti all'aumentare della profondità: man mano che si scende nel recipiente, l'altezza di fluido aumenta e con essa il peso che preme sulle parti sottostanti. Il risultato è che le distanze di caduta dei getti d'acqua uscenti dai fori posti più in basso sono maggiori.
Osservando la figura sottostante, determiniamo la relazione tra la pressione in un liquido e la profondità *h* (misurata a partire dalla superficie verso il basso).



La pressione è dovuta al peso della colonna di liquido sovrastante che agisce sulla superficie *S* situata a una profondità *h*, per cui sarà data da:

$$p = \frac{F}{S}$$

sostituiamo alla forza *F* il peso della colonna di liquido, che è dato da $m \cdot g$

$$p = \frac{m \cdot g}{S}$$

dalla definizione di densità $\rho = m/V$, moltiplicando ambo i membri per V si ha: $\rho \cdot V = m/V \cdot V \rightarrow m = \rho \cdot V$, e sostituendo risulta

$$p = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{S}$$

dato che il volume di un cilindro è dato da $V = S \cdot h$

$$p = \frac{\rho \cdot S \cdot h \cdot g}{S}$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

Quest'ultima è la **legge di Stevino**.

$p = \rho \cdot g \cdot h$	**LEGGE DI STEVINO**

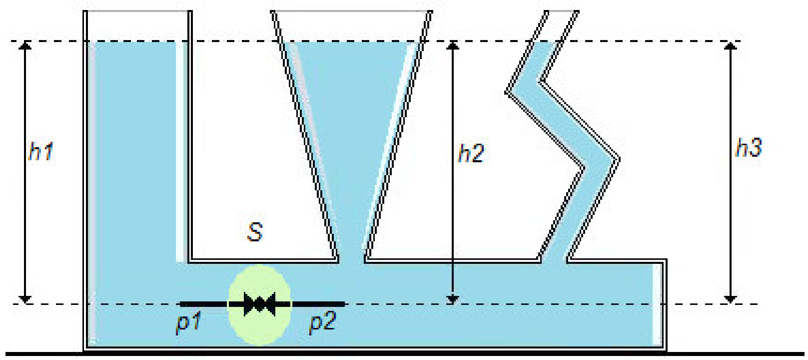
dove p è la pressione esercitata dal fluido, ρ è la sua densità, g è una costante pari a 9,81 m/s^2 (detta *accelerazione di gravità*), e h è la profondità misurata a partire dalla superficie esterna.

Osservando la **legge di Stevino**, si può affermare che la pressione in un fluido è direttamente proporzionale:

- alla **densità del fluido** – più è denso, tanto maggiore sarà la pressione;
- all'**accelerazione di gravità** – in un pianeta nel quale la g è più elevata, a parità di fluido si ha una maggiore pressione;
- alla **profondità –** all'aumentare della profondità un sommozzatore sopporta pressione crescente.

Principio dei vasi comunicanti

Nel disegno è riportato un sistema di vasi comunicanti in cui è stata messa dell'acqua. Indipendentemente dalla loro forma, quando i vasi vengono messi in comunicazione il fluido si porta alla stessa altezza.



Osserviamo i primi due vasi. Dato che il liquido è fermo, la pressione p_1 esercitata nel primo vaso sulla sezione S deve essere uguale alla pressione p_2 nel secondo vaso esercitata sulla stessa sezione. Per il principio di Pascal avremo:

$p_1 = p_2$

applicando la legge di Stevino, poiché risulta $p_1 = \rho \cdot g \cdot h_1$ e $p_2 = \rho \cdot g \cdot h_2$, possiamo scrivere

$\rho \cdot g \cdot h_1 = \rho \cdot g \cdot h_2$

Dividendo ambo i membri per $\rho \cdot g$ (la densità è la stessa perché il fluido non cambia e l'accelerazione di gravità è costante), si

$$\frac{\rho \cdot g \cdot h_1}{\rho \cdot g} = \frac{\rho \cdot g \cdot h_2}{\rho \cdot g}$$

e semplificando

$h_1 = h_2$

Così si giustifica il fatto che in tutti i vasi l'acqua salga comunque, indipendentemente dalla forma, allo stesso livello.

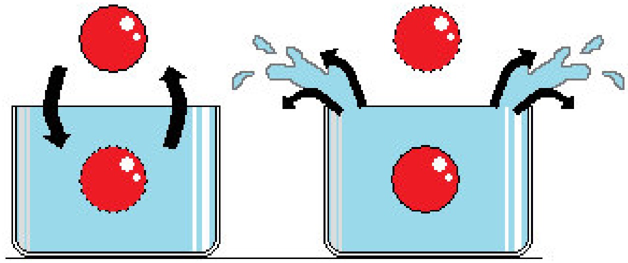
Il **principio dei vasi comunicanti** quindi è:

> Nei vasi comunicanti il livello raggiunto dal fluido in essi contenuto è lo stesso.

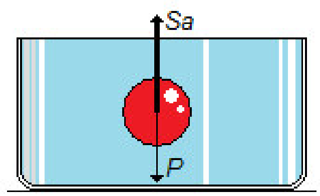
PRINCIPIO DEI VASI COMUNICANTI

Il principio di Archimede

Per quale motivo l'acqua garantisce un sufficiente sostegno mentre si nuota?
Archimede (287 a.C.- 212 a.C.) si pose probabilmente la stessa domanda.
Ponendo che ogni effetto ha una causa che lo ha provocato, si può affermare che l'acqua riesce a spingere verso l'alto, esercitando cioè una forza su un corpo.



Se si immerge del tutto una palla di plastica in una vasca piena di acqua fino all'orlo, si avverte una certa resistenza (tanto maggiore quanto più è grande la palla), mentre una parte di acqua trabocca dalla vasca.
Se s vuole mantenere la pallina sott'acqua, bisogna continuare a spingere. La quantità di liquido che cade sul pavimento avrà un volume pari a quello dell'oggetto immerso.
Si può quindi affermare che la resistenza che ostacola l'immersione è dovuta al fatto che il liquido si contrappone, tramite una spinta verso l'alto, all'affondamento del corpo.



Le due forze che agiscono su un corpo immerso in un fluido sono il peso e la spinta di Archimede.
Egli aveva scoperto che tale spinta era uguale al peso del liquido spostato. Il prevalere di quest'ultima determina il galleggiamento del corpo.
Il **principio di Archimede** è il più importante fra i principi dell'idrostatica.

Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta diretta verso l'alto uguale al peso del volume di fluido spostato.	**PRINCIPIO DI ARCHIMEDE**

Posto che S_A è la spinta e P_{fluido} il peso del fluido generico, abbiamo:

$S_A = P_{fluido}$

se $mfluido$ è la massa di fluido spostato dal corpo,
il suo peso è $mfluido \cdot g$

$\Downarrow$

$S_A = \boldsymbol{m_{fluido}} \cdot g$

se V è il volume del corpo immerso, quindi anche quello del fluido spostato, allora dalla definizione di densità ricaviamo che
$mfluido = \rho fluido \cdot V$ e sostituendo

$\Downarrow$

$S_A = \boldsymbol{\rho_{fluido} \cdot V} \cdot g$

$S_A = \rho_{fluido} \cdot V \cdot g$	**SPINTA DI ARCHIMEDE**

dove ρ_{fluido} è la densità del fluido, V il volume del fluido spostato e g l'accelerazione di gravità.

La condizione di galleggiamento

Su un corpo immerso in un fluido agiscono quindi due forze: la forza peso (verso il basso) e la spinta di Archimede (verso l'alto).
Affinché un corpo resti a galla la spinta di Archimede S_A deve essere maggiore o uguale al peso P del corpo, cioè:

$S_A \geq P_{corpo}$

che equivale a dire, essendo $S_A = P_{fluido}$

$P_{fluido} \geq P_{corpo}$

ma il peso è dato da $m \cdot g$

$m_{fluido} \cdot g \geq m_{corpo} \cdot g$

dalla definizione di densità ricaviamo che $m = \rho \cdot V$

$\rho_{fluido} \cdot V \cdot g \geq \rho_{corpo} \cdot V \cdot g$

dividendo ambi i membri per $V \cdot g$ si trova

$$\frac{\rho_{fluido} \cdot V \cdot g}{V \cdot g} \geq \frac{\rho_{corpo} \cdot V \cdot g}{V \cdot g}$$

semplificando si ottiene

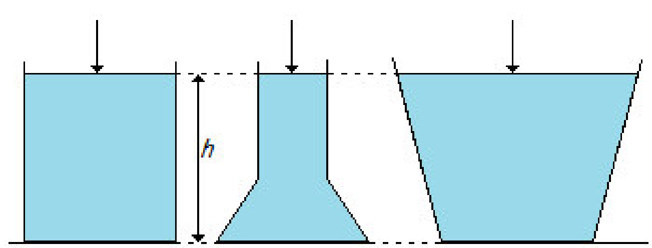
$\boldsymbol{\rho_{fluido} \geq \rho_{corpo}}$

La condizione di galleggiamento di un corpo in un fluido è che la densità del fluido sia maggiore o uguale rispetto a quella del corpo.

CONDIZIONE DI GALLEGGIAMENTO

Il paradosso idrostatico

Se si hanno tre recipienti aventi la stessa base, riempiti con lo stesso liquido alla stessa altezza h, la spinta sui fondi è uguale per tutti in quanto sul fondo di ognuno si avrà la stessa pressione
$p = \rho \cdot g \cdot h$, e avendo uguale base la forza sarà per tutti $F = \rho \cdot g \cdot h \cdot S$.

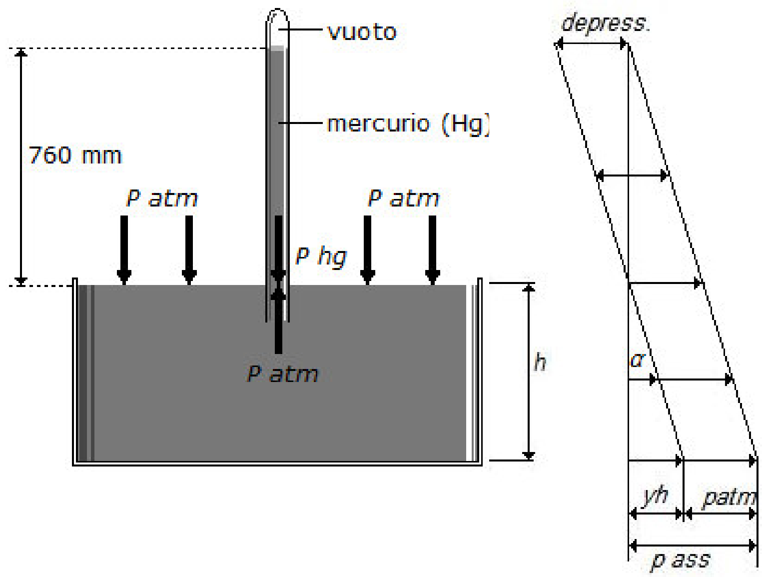


($S_1 = S_2 = S_3$)

La pressione atmosferica

Anche l'aria è un fluido e pertanto esercita una pressione su qualunque superficie al suo interno.
Se si riempie di mercurio un tubo di vetro alto un metro, lo si rovescia, immergendolo in una bacinella di mercurio, si può osservare che nel tubo il fluido scende sempre sino all'altezza di 760 mm, lasciando vuota la parte superiore.
Significa che:

- l'aria che sovrasta il mercurio nella vasca esercita una pressione sulla superficie del liquido, detta p_{atm} (pressione atmosferica al livello del mare);
- i 760 mm di mercurio esercitano a loro volta una pressione, detta p_{hg} (pressione del mercurio);



Essendo il liquido in equilibrio, per il principio di Pascal le due pressioni devono essere uguali.
La pressione totale p che agisce sul corpo sommerso si ottiene dalla somma della pressione idrostatica p_i (la pressione dovuta alla massa di liquido che sovrasta un oggetto immerso) e della pressione atmosferica p_{atm} (che agisce sulla superficie del liquido): $p = p_i + p_{atm}$.
Se si pensa di isolare in un recipiente un prisma di liquido di altezza h e di base A, il suo peso si potrebbe esprimere con $P = \rho \cdot g \cdot Ah = \gamma Ah$, e quindi ogni punto appartenente alla base del prisma sopporterebbe una pressione idrostatica uguale a $p_i = \frac{P}{A} = \frac{\rho p A h}{A} = \rho g h = \gamma h$

ed una pressione assoluta uguale a : $p = \rho g h + p_{atm} = \gamma h + p_{atm}$

Da ciò si deduce che:

- la pressione idrostatica dipende dalla densità del liquido sovrastante;
- su tutti i punti di una superficie piana orizzontale agisce la stessa pressione idrostatica ;
- la pressione idrostatica varia linearmente con la profondità a cui si trova l'oggetto considerato;
- nella figura in alto, sulla destra è rappresentato il diagramma della pressione idrostatica; essendo triangolare, se calcoliamo la tangente dell'angolo α formato con l'asse verticale, risulta: $tg\alpha = \frac{\gamma h}{h} = \gamma = \rho \cdot g$

Si ottiene il valore della pressione atmosferica al livello del mare:

$P_{atm} = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa

PRESSIONE ATMOSFERICA

Il **barometro** è lo strumento che serve a misurare la pressione atmosferica.

Nella tabella seguente sono riportate le principali unità di misura della pressione, riferite al pascal.
Esempi:
1 atm = 1,013 bar
1 bar = 10^5 Pa

Unità di misura	Conversione in pascal (**Pa**)
bar	10^5
millibar (mbar)	10^2
atmosfera (atm)	$1{,}013 \cdot 10^5$
760 mm di mercurio (mm_{Hg})	$1{,}013 \cdot 10^5$

La spinta idrostatica

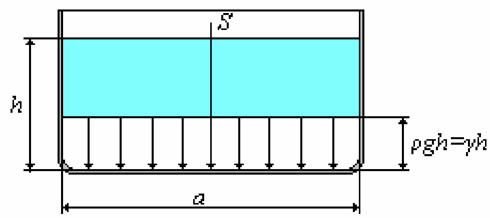
Qual è l'intensità della **spinta *S*** che una parete sommersa sopporta da parte del liquido che preme su una delle due facce?

Se la superficie è disposta in orizzontale, come il fondo di un recipiente, la pressione idrostatica è costante in ogni suo punto e vale il prodotto $\rho g h = \gamma h$.
Le lettere ***a*** e ***b*** indicano le dimensioni della superficie (dove b è la dimensione perpendicolare al piano), la quale è soggetta ad una forza detta **spinta idrostatica**.

$$S = \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{g} \cdot h \cdot a \cdot b$$
$$= \boldsymbol{\gamma} \cdot h \cdot a \cdot b$$
$$= \boldsymbol{\gamma} \cdot h \cdot \text{Area}$$

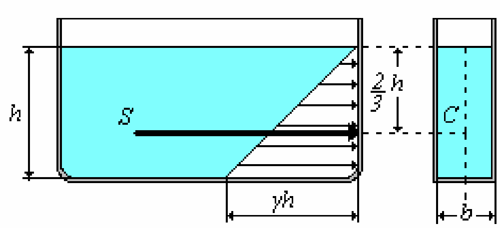
SPINTA IDROSTATICA

La spinta, per la costanza della pressione, è applicata nel baricentro della superficie.



Se la superficie è disposta in verticale ed affiora o emerge dal pelo libero, la parte sommersa subirà **una pressione con valore che varia da zero a $\rho g h = \gamma h$.**
Essendo la pressione non costante, per valutarne la Spinta idrostatica si determinerà prima la pressione media: $P_m = \dfrac{\gamma h + 0}{2} = \gamma \dfrac{h}{2} = \rho g \dfrac{h}{2}$.
Poi se ne moltiplicherà il valore per la superficie (Area parete = h · b) della parte immersa: $S = \gamma \dfrac{h}{2} h b = \gamma \dfrac{h^2}{2} b = \rho g \dfrac{h^2}{2} b$,
dove b è la dimensione trasversale della parete.
Il **centro di spinta**, ovvero il punto di applicazione della spinta idrostatica, si troverà più in basso del baricentro della parete angolare, in quanto non vi è costanza della pressione. Esso giace quindi sull'asse verticale di simmetria della superficie, alla stessa altezza del diagramma triangolare rappresentativo della pressione.

Osservando la figura in basso si deduce che il centro di Spinta C dista dal pelo libero di $\dfrac{2}{3} h$ e ivi sarà applicata la Spinta idrostatica.

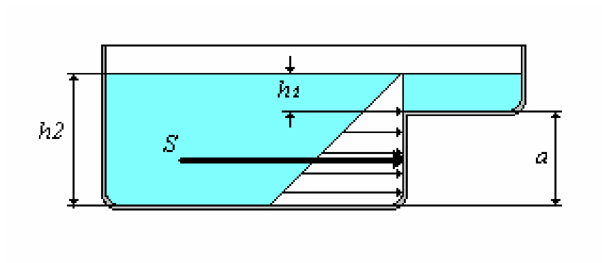


Se si tratta di una superficie non affiorante, la pressione agente su di essa varia fra i valori γh_1 e γh_2; la pressione media risulta: $P_m = \frac{\gamma h_1 + \gamma h_2}{2} = \frac{\gamma}{2}(h_1 + h_2) = \frac{\rho g}{2}(h_1 + h_2)$.
La spinta idrostatica si ottiene invece così:

$$S = p_m ab = \frac{\gamma}{2}(h_1 + h_2)(h_1 - h_2)b =$$

$$= \frac{\gamma}{2}(h_2^2 - h_1^2)b = \frac{\rho g}{2}(h_2^2 - h_1^2)b$$

in quanto $a = h_2 - h_1$.
Anche in questo caso il centro di Spinta si trova nel baricentro del diagramma rappresentativo delle pressioni.



Se la superficie fosse inclinata, i ragionamenti relativi all'ultimo caso sarebbero validi, ma si dovrebbe comunque tenere conto che la spinta idrostatica non risulterebbe orizzontale ma perpendicolare alla superficie.